

Journées “Jeunes EDPistes français” 2018

Amphi 8 de la FST, Bâtiment 2ème cycle, Vandoeuvre-lès-Nancy

Table des matières

1	Exposés	1
2	Posters	7

1 Exposés

Nicola Abatangelo (Université Libre de Bruxelles)

Titre : Le principe du maximum entre le Laplacien et le bilaplacien

Résumé : On abordera la (non) validité du principe du maximum pour les problèmes de Dirichlet associés aux puissances du Laplacien comprises entre 1 et 2, à savoir des opérateurs fractionnaires et nonlocaux. On se concentrera sur les domaines sphériques - où il est possible d'étendre la formule de Boggio pour la fonction de Green - et les domaines composés par l'union de deux boules disjointes - dans lesquels on peut remarquer des effets purement nonlocaux. Ces résultats ont été obtenus en collaboration avec S. Jarohs (Francfort, Allemagne) et A. Saldaña (Karlsruhe, Allemagne).

Joubine Aghili (Inria & Université Côte d'Azur)

Titre : Méthode de discrétisation hybride d'ordre élevé pour le problème d'Oseen

Résumé : Dans cet exposé, je présenterai une méthode de discrétisation de type Hybrid High-Order (HHO) pour le problème d'Oseen stationnaire, il s'agit d'un travail en collaboration avec Daniele Di Pietro (IMAG, Univ. Montpellier). Cette méthode permet de considérer des maillages généraux en dimension 2 ou 3 d'espace, à tout ordre d'approximation polynômiale.

Après avoir introduit les détails de construction des différents objets discrets propre à la méthode, nous montrerons d'abord la bonne position du problème discret, puis nous présenterons une analyse d'erreur donnant une estimation robuste de l'erreur de vitesse vis à vis du nombre de Péclet.

Nous clôturerons cette présentation avec des tests numériques sur deux familles de maillages avec différents ordres d'approximation pour confirmer ces estimations théoriques.

Francesco Bonaldi (Politecnico di Milano)

Titre : Une approche Galerkin discontinue d'ordre élevé au problème élasto-acoustique

Résumé : Dans cet exposé on s'intéresse au développement et à l'analyse d'une méthode Galerkin discontinue (dG) pour la discrétisation en espace d'un problème d'évolution modélisant le couplage entre la propagation d'ondes (visco)élastiques et la propagation d'ondes acoustiques. Ce type de problème se présente, par exemple, dans un contexte géophysique, c'est-à-dire dans la modélisation et simulation d'événements sismiques dans des aires géographiques proches d'environnements côtiers. Dans les applications pratiques, la géométrie du domaine se présente irrégulière et complexe; considérer un maillage simplicial entraînerait donc un coût de calcul très

élevé. On considère donc une discrétisation en espace avec des éléments polyédriques, qui permettent de reproduire les contraintes géométriques dans une mesure raisonnable de précision, sans être au même temps trop coûteux du point de vue computationnel.

Nous présentons d'abord la formulation du problème, en donnant un résultat d'existence et unicité pour sa solution, sous des hypothèses opportunes sur les termes de source et les données initiales. Nous introduisons alors le cadre discret, et montrons un résultat de stabilité dans une norme d'énergie opportune pour la formulation du problème semi-discret. Ensuite, nous donnons des résultats de convergence hp (avec h et p désignant, comme d'habitude, le pas de maillage et le degré polynômial) pour l'erreur dans la même norme d'énergie. Enfin, nous présentons des expériences numériques effectuées dans un cadre bidimensionnel pour valider les résultats théoriques. Une simulation d'un problème d'intérêt physique, où le système est excité par une source ponctuelle dans le domaine acoustique, sera également présentée.

Maxime Breden (Technical University of Munich)

Titre : États d'équilibre d'un système de diffusion croisée en dynamique des populations

Résumé : La *diffusion croisée* est un mécanisme utilisé en dynamique des population pour modéliser un effet de répulsion entre individus. Mathématiquement, cela correspond à ajouter un terme de diffusion non linéaire aux équations de réaction-diffusion classiques. La diffusion croisée permet de générer des solutions dont les propriétés qualitatives semblent plus riches et plus conformes aux observations (phénomènes de *ségrégation spatiale*), mais leur étude mathématique est plus délicate. Dans cet exposé, j'expliquerai comment on peut combiner des simulations numériques avec des estimations a posteriori, afin d'obtenir des *preuves assistées par ordinateur* au sujet d'états d'équilibre non homogènes d'un système de diffusion croisé.

Rémi Buffe (IECL, Université de Lorraine, Nancy)

Titre : Observabilité pour des opérateurs singuliers

Résumé : Les inégalités d'observabilité portant sur les fonctions propres d'un opérateur jouent un rôle central en théorie du contrôle et de la stabilisation des équations aux dérivées partielles. Pour Ω un ouvert borné de \mathbb{R}^d , et ω un ouvert non-vide de Ω , nous nous intéresserons plus particulièrement à deux d'entre elles :

- les estimées qui mesurent l'effet tunnel, de la forme

$$\|u\|_{H^1(\Omega)} \leq C e^{C\sqrt{\Lambda}} \left(\|(-\Delta - \Lambda)u\|_{L^2(\Omega)} + \|u\|_{L^2(\omega)} \right), \quad \Lambda \geq 1;$$

- les estimées portant sur les sommes finies de fonctions propres, de la forme

$$\|u\|_{L^2(\Omega)} \leq C e^{C\sqrt{\Lambda}} \|u\|_{L^2(\omega)}, \quad u \in \text{Vect}\{\phi_j, \lambda_j \leq \Lambda\}, \quad \Lambda \geq 1,$$

où (λ_j, ϕ_j) est une décomposition spectrale de $-\Delta$.

Nous montrerons de telles inégalités pour des configurations singulières ou dégénérées, et on donnera quelques applications au contrôle et à la stabilisation des équations paraboliques et hyperboliques associées.

Cosmin Burtea (Institut Camille Jordan, Lyon)

Titre : Analyse de modèles de mélanges

Résumé : Des modèles bi-fluides pour des mélanges contenant deux phases compressibles peuvent être obtenus par une analyse de type homogénéisation, à partir de modèles écrits à une échelle macroscopique. Ce programme de recherche a été initié en dimension 1 par A. Amosov, D. Serre et W.E puis en dimension supérieure à 1 par M. Hillairet, D. Bresch et X. Huang.

Une limite de ces travaux est que la preuve rigoureuse de la dérivation du modèle multi-phasique n'est obtenue que pour une loi de pression isentropique identique pour les deux phases. Le but de cet exposé est d'introduire et d'analyser mathématiquement un modèle macroscopique qui nous permettra de justifier un modèle mésoscopique avec une loi de pression composite. Ceci fait partie d'un travail en cours avec D. Bresch et F. Lagoutière.

Jean-Baptiste Castéras (Université Libre de Bruxelles)

Titre : Stabilité des états fondamentaux et des solutions normalisées pour une équation de Schrödinger d'ordre quatre

Résumé : Dans cet exposé, nous nous intéresserons aux états stationnaires d'une équation non linéaire de Schrödinger d'ordre quatre. Ce type d'équation apparaît naturellement en optique non linéaire. Dans un premier temps, nous établirons l'existence d'états fondamentaux et de solutions normalisées. Puis, nous nous intéresserons à leurs propriétés qualitatives, en particulier à leur stabilité. Travaux en collaboration avec Denis Bonheure, Ederson Moreira Dos Santos, Tianxiang Gou, Louis Jeanjean et Robson Nascimento.

Charles Collot (New York University in Abu Dhabi)

Titre : On singularity formation for Prandtl's equations and Burgers equation with transverse viscosity

Résumé : This talk is about finite time singularity formation for solutions to Prandtl's boundary layer equations on the upper half plane $(x, y) \in \mathbb{R} \times [0, +\infty)$:

$$\begin{cases} \partial_t u + u\partial_x u + v\partial_y u - \partial_{yy} u = 0, & \partial_x u + \partial_y v = 0, \\ u(t, x, 0) = v(t, x, 0) = 0, \end{cases}$$

and a simplified version that is Burgers equation with transverse viscosity :

$$(*) \quad \partial_t u + u\partial_x u - \partial_{yy} u = 0, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

which arise in fluid dynamics. Prandtl's equations are a limit model of Navier-Stokes equations for the description of a fluid near the boundary of its domain in the inviscid limit. Even if the initial datum is smooth and well localised, the maximal time of existence for the corresponding solution of both equations can be finite. In that case, the gradient of the solution becomes unbounded in finite time, meaning that the local properties of the fluid will have some discontinuity. One important issue is to understand this phenomenon : when and how it happens. We will first focus on the available results for Prandtl's equations, which will lead us to examine equation (*). The core of the presentation will be the precise construction of solutions to (*) becoming singular in finite time. This is joint work with T.E. Ghoul, S. Ibrahim and N. Masmoudi.

Clémentine Courtès (IRMA, Université de Strasbourg)

Titre : Analyse numérique avec estimation d'erreur pour l'équation de Korteweg-de Vries et le système abcd

Résumé : L'équation de Korteweg-de Vries (KdV) et le système abcd sont deux modèles dispersifs non linéaires fréquents en hydrodynamique pour modéliser le mouvement des vagues de faible amplitude en eau peu profonde. Nous proposons un schéma numérique aux différences finies afin de discrétiser ces deux modèles et étudions sa convergence par une analyse de stabilité ℓ^2 et d'erreur de consistance. L'étude de stabilité ℓ^2 devra convenir simultanément aux termes non linéaires hyperboliques et aux termes linéaires dispersifs des équations et l'étude de consistance tiendra compte de la régularité de Sobolev de la donnée initiale.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Cosmin Burtea, Frédéric Lagoutière et Frédéric Rousset.

Raphaël Danchin (LAMA, Université Paris-Est Créteil)

Titre : Les équations de Navier-Stokes incompressible dans le vide

Résumé : Il est bien connu que pour les équations de Navier-Stokes incompressible homogènes, c'est-à-dire à densité constante, il y a existence et unicité de solutions régulières globales en temps en dimension deux, ou en dimension trois si la vitesse initiale est petite. Dans un travail en collaboration avec P.B. Mucha (Université de Varsovie), nous avons obtenu des résultats similaires pour le système de Navier-Stokes incompressible à densité variable seulement bornée. En particulier, la densité peut s'annuler et aucune condition de compatibilité ne doit être vérifiée par la vitesse sur les bords de la zone de vide. Comme application, nous démontrons qu'en dimension deux (ou en dimension trois si la vitesse est petite) la structure de goutte de liquide incompressible visqueux dans le vide, ou au contraire de bulle de vide dans un liquide, est préservée pour tout temps, avec conservation de la régularité höldérienne de la frontière.

Thomas Duyckaerts (LAGA, Université Paris 13)

Titre : Dynamique globale des équations d'ondes focalisantes

Résumé : Dans cet exposé je présenterai divers résultats décrivant la dynamique des solutions générales de l'équation des ondes focalisantes. Je me concentrerai en particulier sur la résolution en soliton dans le cas de la non-linéarité critique pour l'énergie (collaborations avec Hao Jia, Carlos Kenig et Frank Merle).

Christèle Etchegaray (IMT, Toulouse)

Titre : Modélisation et étude d'un modèle fluide de migration unicellulaire

Résumé : La migration cellulaire joue un rôle fondamentale dans bons nombres de processus biologiques (embryogenèse, réponse immunitaire, développement métastatique), mais reste incomprise de par la complexité de l'activité intracellulaire menant au déplacement. Notre but est de construire et d'étudier un modèle minimal tenant compte du caractère multi-échelle de la dynamique, et capable de reproduire la diversité des comportements observés.

Dans cet exposé, je présenterai la démarche de modélisation adoptée. Les forces motrices sont générées par un ensemble dynamique de filaments polaires. Suivant la théorie des gels actifs, cet ensemble complexe est modélisé par un fluide portant un caractère actif générant le déplacement. La dynamique du fluide est régulée sur le bord du domaine par une espèce chimique, elle-même transportée par les écoulements, formant une boucle de rétro-action multi-échelle. Le problème complet se présente sous la forme d'un problème de Darcy-Poisson pour le fluide, couplé de manière non locale à un problème d'advection-diffusion sur la concentration en l'espèce chimique. En dimension 1, le problème se ramène à un problème d'advection-diffusion non local. Je présenterai les résultats théoriques obtenus dans ce cas (état(s) stationnaire(s), (non)-existence de solutions), ainsi que des simulations numériques en dimension 2. Ce travail a été effectué en collaboration avec Nicolas Meunier (MAP5) et Raphaël Voituriez (LJP, LPTMC).

Jérémy Faupin (IECL, Université de Lorraine, Metz)

Titre : Scattering pour des systèmes quantiques dissipatifs

Résumé : Nous présenterons dans cet exposé la théorie du scattering pour une équation de Schrödinger engendrée par un opérateur dissipatif. De telles équations sont très souvent utilisées en mécanique quantique pour décrire des phénomènes dissipatifs, par exemple la diffusion ou l'absorption d'un neutron par un noyau lourd. Nous verrons que la présence ou l'absence de "singularités spectrales", ou "résonances réelles", dans le spectre du générateur de la dynamique a des conséquences très importantes sur les propriétés de scattering.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Jürg Fröhlich.

Quentin Griette (Meiji University, Tokyo)

Titre : Évolution de la virulence au cours d'une épidémie

Résumé : Certains virus et bactéries sont connus pour exhiber des taux de mutation très rapides. Cette instabilité génétique est susceptible de générer une variabilité dans les caractéristiques de la population de pathogènes, qui peut se manifester avant que le pathogène ne devienne endémique, à la même échelle de temps que la propagation d'une épidémie émergente. Je présenterai un modèle qui permet d'appréhender l'influence que cette instabilité génétique peut avoir sur la propagation spatiale d'une épidémie, dans lequel une population d'hôtes est répartie de manière homogène dans un espace linéaire, et qui subit une épidémie causée par un pathogène pouvant muter entre deux phénotypes plus ou moins virulents.

Je discuterai notamment de la vitesse de propagation de l'épidémie et l'existence de fronts progressifs pour un système de réaction-diffusion relié.

Maxime Herda (LJLL, Paris)

Titre : Comportements asymptotiques de l'équation de Vlasov-Poisson-Fokker-Planck

Résumé : Dans cet exposé, je présenterai des résultats obtenus dans un travail en collaboration avec L. Miguel Rodrigues (Univ. Rennes 1). On s'intéressera à l'équation de Vlasov-Poisson-Fokker-Planck décrivant la dynamique de particules chargées dans un domaine périodique 2D. On montrera comment obtenir des estimations hypocoercives et hypoelliptiques uniformes en temps et en des paramètres d'échelle (libre parcours moyen, longueur de Debye) grâce à la conception d'une unique fonctionnelle de Lyapunov. Ces estimations permettront de construire des solutions, quantifier les effets régularisants et la convergence en temps long vers l'équilibre, ainsi que dériver les limites hydrodynamiques de l'équation.

Elisabeth Logak (Université de Cergy-Pontoise)

Titre : Un système nonlocal modélisant un réseau épidémique

Résumé : On considère un modèle de réseau épidémique, qui est un système d'équations non locales couplées de type SIS, donnant l'évolution de la densité des individus susceptibles ou infectés. Il s'agit d'un modèle continu obtenu (formellement) à partir d'un modèle discret, où le réseau est décrit par la densité de probabilité des degrés sur \mathbb{R}_+ . On analyse ce système sous les deux hypothèses d'une transmission densité-dépendante ou fréquence-dépendante. On établit l'existence et l'unicité globale. Concernant le comportement asymptotique de la solution, on précise les conditions optimales pour l'existence d'un équilibre endémique et on en étudie la stabilité. On compare les résultats obtenus à ceux du modèle discret.

Rémy Rodiac (Université catholique de Louvain)

Titre : Description des vorticités limites des équations de Ginzburg-Landau

Résumé : Les équations de Ginzburg-Landau (GL) décrivent le comportement d'un échantillon supraconducteur. Pour analyser le nombre et la répartition des vortex dans un échantillon supraconducteur de type II on peut utiliser une quantité appelée vorticité. C'est l'analogue du tourbillon en mécanique des fluides. Lorsque le paramètre de Ginzburg-Landau ϵ tend vers zéro, Sandier-Serfaty ont montré que la limite d'une vorticité associée à une solution de GL est une mesure μ et doit satisfaire des conditions d'équilibre : il existe h dans H^1 tel que $-\Delta h + h = \mu$ et h est un point stationnaire pour la norme de Sobolev sur H^1 . Nous montrerons que de telles conditions permettent de décrire le support de μ . En particulier les vortex ne peuvent s'accumuler que sur des lignes ou sur des ensembles de mesure de Lebesgue pleine.

Stefano Scrobogna (BCAM, Bilbao)

Titre : Zero limit of entropic relaxation for a ferrofluid system

Résumé : In the physical sciences, relaxation usually means the return of a perturbed system into equilibrium. Each relaxation process can be categorized by a relaxation time τ , for a generic commercial grade ferrofluid (a mixture of nanoscale ferromagnetic particles of a compound containing iron suspended in a fluid) the relaxation time is very small, of the order $\tau \approx 10^{-9}$; it makes hence sense to provide an asymptotic approximation when $\tau \rightarrow 0$. In this talk I will explain how to construct solutions for the Shliomis model of ferrofluids in a critical space of infinite L^2 energy uniformly for $\tau \in (0, \tau_0)$, such uniform construction will allow us to study the limit regime $\tau \rightarrow 0$ and the convergence of the critical solutions.

Mouhamadou Sy (Université de Cergy-Pontoise)

Titre : Dynamique en temps long de quelques EDP dispersives via des mesures invariantes

Résumé : Dans le contexte des EDP, la mesure invariante intervient aussi bien dans le problème de Cauchy que dans l'étude du comportement en long terme des solutions.

L'objet a été développé sur beaucoup de modèles dispersifs, entre autres. Pour l'équation de Benjamin-Ono, une suite de mesures a été construite (Deng-Tzvetkov-Visciglia). Celle-ci est supportée par une suite croissante d'espaces de Sobolev correspondants à la suite de lois de conservations.

Pour l'équation des ondes/Klein-Gordon en dimension 3, il a été établi dans les travaux de Burq-Tzvetkov, de Suzzoni, Bourgain-Bulut et Xu, une telle mesure en imposant une condition radiale.

Dans cet exposé, nous présenterons, pour l'équation de Benjamin, une mesure invariante concentrée sur l'espace C^∞ pour lequel il n'est pas associé une loi de conservation. Puis, une mesure invariante pour l'équation des ondes/Klein-Gordon en dimension 3 sans condition radiale. Nous discuterons de la méthode de construction.

Victor Vilaça Da Rocha (BCAM, Bilbao)

Titre : Construction de solutions quasi-périodiques linéairement instables pour un système de Schrödinger sur le tore

Résumé : Le but de cet exposé est de construire, pour un système de deux équations de Schrödinger cubique couplées en dimension 1, une famille de tores KAM linéairement instables, et donc des solutions quasi-périodiques linéairement instables. L'idée est de tirer profit de la structure hamiltonienne du système via une forme normale de Birkhoff et donc un théorème KAM, tout en comparant ce résultat et cette démarche avec l'existence de solutions qui échangent de l'énergie en temps long pour ce même système. Ceci est un travail en collaboration avec Benoît Grébert.

2 Posters

Edoardo Bocchi (IMB, Bordeaux)

Titre : Floating structures in shallow water : local wellposedness in the axisymmetric case

Résumé : The floating structure problem describes the interaction between surface water waves and a floating body, generally a boat or a wave energy converter. As shown by Lannes in [1] the equations for the fluid motion can be reduced to a set of two evolution equations on the surface elevation and the horizontal discharge. The presence of the object is accounted for by a constraint on the discharge under the object ; the pressure exerted by the fluid on this object is then the Lagrange multiplier associated with this constraint. Our goal is to prove the well-posedness of this fluid-structure interaction problem in the shallow water approximation under the assumption that the flow is axisymmetric without swirl. We write the fluid equations as a quasilinear hyperbolic mixed initial boundary value problem and the solid equation as a second order ODE coupled to the fluid equations. Finally we prove the local in time well-posedness for this coupled problem, provided some compatibility conditions on the initial data are satisfied.

Références

- [1] D. Lannes. On the dynamics of floating structures *Ann. PDE*, 3, 2017.

Alessandro Duca (Politecnico di Torino & Université de Franche-Comté)

Titre : Global exact controllability of the bilinear Schrödinger equation on compact graphs

Résumé : In quantum mechanics any pure state of a system is mathematically represented by a wave function ψ in the unit sphere of a Hilbert space \mathcal{H} . The dynamics of a particle constrained in a compact graph structure \mathcal{G} and excited by a controlled field is represented by the Cauchy problem in $\mathcal{H} = L^2(\mathcal{G}, \mathbb{C})$

$$\begin{cases} i\partial_t\psi(t) = A\psi(t) + u(t)B\psi(t), \\ \psi(0) = \psi^0, \quad t \in (0, T). \end{cases} \quad (1)$$

The operator B is bounded symmetric, u is a control function and ψ^0 is the initial state of the system. The operator $A = -\Delta$ is the Laplacian equipped with self-adjoint type boundary conditions into the vertices of the graph.

We study the controllability of the bilinear Schrödinger equation on compact graphs and we analyze how the boundary conditions and the structure of the graph affect the result.

Provided the well-posedness of (1), we present assumptions on B and on the spectrum of A implying the global exact controllability in suitable subspaces of \mathcal{H} .

When the previous assumptions fail, we introduce the so-called “energetic controllability”, which allows to provide controllability results also when \mathcal{G} is a complex structure and the global exact controllability is not verified.

Oscar Jarrin (Université d'Évry)

Titre : Décroissance fréquentielle pour les solutions stationnaires des équations de Navier-Stokes

Résumé : Dans ce poster on considère les équations de Navier-Stokes *stationnaires* posées dans tout l'espace \mathbb{R}^3 :

$$-\nu\Delta\vec{U} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} + \vec{\nabla}P = \vec{f}, \quad \operatorname{div}(\vec{U}) = 0, \quad \operatorname{div}(\vec{f}) = 0,$$

où le champ de vitesse $\vec{U}(x) = (U_1(x), U_2(x), U_3(x)) \in \mathbb{R}^3$ et la pression $P(x) \in \mathbb{R}$ sont les inconnues tandis que la constante de viscosité de fluide $\nu > 0$ et la force extérieure $\vec{f}(x) \in \mathbb{R}^3$

sont les données du problème.

On s'intéresse à étudier la décroissance de la transformée de Fourier de la solution \vec{U} lorsque la force \vec{f} est suffisamment régulière. Plus précisément, on va observer que si cette force a une décroissance fréquentielle *exponentielle*, qui sera mesurée dans le cadre de la classe de Gevrey, alors toute solution \vec{U} associée à cette force vérifie cette même décroissance fréquentielle.

On soulignera de plus que ce résultat est aussi intéressant d'un point de vu physique, car la décroissance fréquentielle exponentielle de la solution \vec{U} est en accord avec ce qu'on s'attend dans l'étude du spectre d'énergie dans la théorie de la turbulence K41.

Mots clé : Équations de Navier-Stokes ; système stationnaire ; classe de Gevrey ; théorie K41.

Références

- [1] D. Chamorro, Oscar Jarrín & P.G. Lemarié-Rieusset. Frequency decay for Navier-Stokes stationary solutions. Soumis aux notes aux CRAS (2017).
- [2] C. Foias, R. Temam *Gevrey class regularity for the solutions of the Navier-Stokes equations*, J. Funct. Anal., 87 : 359-369 (1989).
- [3] P.G. Lemarié-Rieusset. The Navier-Stokes Problem in the 21st Century, Chapman & Hall/CRC, (2016).

Giuseppe Negro (LAGA Université Paris 13 - ICMAT (Espagne))

Titre : Une inégalité de Strichartz précisée pour l'équation des ondes (A sharpened Strichartz inequality for the wave equation).

Résumé : À l'aide de la transformation de Penrose de l'espace-temps de Minkowski, nous infirmons une conjecture de Foschi, concernant les fonctions extrémales de l'inégalité de Strichartz du 1977, en dimension paire. En revanche, nous donnons des indications en faveur de sa conjecture en dimension impaire, ainsi qu'une version raffinée de son inégalité optimale sur \mathbb{R}^{1+3} , en ajoutant un terme proportionnel à la distance des données initiales de l'ensemble des fonctions extrémales.

Chenmin Sun (Université de Nice)

Titre : Contrôle et Stabilisation d'équation de Kadomtsev–Petviashvili(KP)

Résumé : L'équation de KP est une EDP qui modélise des ondes de surface de l'eau peu profonde dans un canal bidimensionnel. Quelques résultats récents sur les contrôlabilité et stabilisation de ce système ont été obtenus. Plus précisément, je vais commencer par présenter les résultats positifs et négatifs pour observer les solutions d'équation linéaire dans un ouvert de \mathbb{T}^2 . Ce exposé est basé sur une série de travaux en collaboration avec Ivone Rivas.